

## پارامترهای مؤثر در پایداری حرارتی باتری‌های سرب-اسید و کاهش زمان شارژ

طیب نازقلیچی<sup>۱</sup>، فرشاد ترابی<sup>۱\*</sup>، وحید اصفهانیان<sup>۲</sup>

۱- دکتری، مهندسی سیستم‌های انرژی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۲- دانشیار، مهندسی سیستم‌های انرژی، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

۳- استاد، مهندسی مکانیک، پژوهشکده خودرو، سوخت و محیط زیست، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۹۹۹-۱۹۳۹۵، [ftorabi@kntu.ac.ir](mailto:ftorabi@kntu.ac.ir)

### چکیده

شارژ سریع‌تر باتری‌های سرب-اسید از جمله چالش‌های مهم محققان در حوزه خودروهای الکتریکی است. افزایش ولتاژ شارژ علاوه بر کاهش زمان شارژ ممکن است سبب ناپایداری حرارتی شود. در تحقیق حاضر، پایداری حرارتی باتری‌های سرب-اسید به صورت خطی تحلیل شده است. با روش مدهای نرمال در تحلیل پایداری خطی، معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌ها استخراج شده است. معادله‌های به دست آمده به صورت مطلوب مسأله مقدار ویژه تبدیل شده‌اند و ناحیه‌های پایدار و ناپایدار مشخص شده‌اند. همچنین، یک مطالعه برای افزایش ولتاژ و کاهش زمان شارژ با ثابت ماندن پایداری حرارتی انجام شده است. شبیه‌سازی عددی در این مطالعه با روش دینامیک سیالات محاسباتی انجام گرفته است. معادله‌های حاکم در تحقیق حاضر به صورت بی‌بعد مورد استفاده قرار گرفته‌اند. همچنین از معکوس عدد لوئیس به عنوان پارامتر مناسب کنترل محدوده پایداری استفاده شده است. نتیجه‌های به دست آمده از مطالعه حاضر نشان داد که تحلیل مدهای نرمال روش مناسبی برای تحلیل پایداری خطی در باتری‌های سرب-اسید است. مقدار بحرانی به دست آمده برای معکوس عدد لوئیس مقدار ۹ است. با افزایش هم‌زمان حجم بی‌بعد و ولتاژ شارژ می‌توان زمان شارژ را تا ۸ درصد کاهش داد در حالی که پایداری حرارتی سیستم بدون تغییر باقی ماند.

### کلیدواژگان

باتری‌های سرب-اسید، خودروهای الکتریکی، زمان شارژ، پایداری حرارتی

## Effective parameters in thermal stability of lead-acid batteries and reducing the charging time

Tayyeb Nazghelichi<sup>1</sup>, Farschad Torabi<sup>1\*</sup>, Vahid Esfahanian<sup>2</sup>

1- Energy Systems Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran.

2- Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

\* P.O.B. 19395-1999 Tehran, Iran, [ftorabi@kntu.ac.ir](mailto:ftorabi@kntu.ac.ir)

### Abstract

Faster charging of lead-acid batteries is one of the main challenges of researchers in the field of electric vehicles. The increase of the charging voltage can cause to thermal instability in addition to the reduction of the charging time. In the present study, the thermal stability of lead-acid batteries is analyzed, linearly. The governing equations of perturbations are derived using normal mode analysis. The derived equations are transferred to the form of the desired eigenvalue problem, and the stable and the unstable zones are identified. Moreover, a study is conducted to increase the charging voltage and decrease the charging time while the stability remains the same. The numerical solution in this study is done with computational fluid dynamic method. The governing equations are utilized in non-dimensional form. Furthermore, Lewis number is assumed as the controller parameter of the stable zone. The obtained results are showed that the method of normal mode analysis is a desirable method to analyze the linear stability in lead-acid batteries. The obtained critical value for Lewis number is 9. With a simultaneous increase of dimensionless volume and the charging voltage, one can reduce the charging time to 8 percent, while the stability of the system remains unchanged.

### Keywords

Lead-acid batteries, Electric vehicle, Charging time, Thermal stability

ارزشمند باتری‌های سرب-اسید مانند هزینه ساخت و نگهداری کم، ایمنی، توانایی تامین جریان‌های زیاد و داشتن یکی از موفق‌ترین سیستم‌های بازیافت است [۳].

علیرغم مزایای یادشده، باتری‌های سرب-اسید از معایب خاصی چون چگالی انرژی کم، چرخه حیات محدود و آلودگی محیط زیست رنج می‌برند. یکی از چالش‌های مهمی که این باتری‌ها با آن روبرو هستند، طولانی بودن

### ۱- مقدمه

باتری‌های سرب-اسید بیش از ۱۵۰ سال است که تولید می‌شوند و مورد استفاده قرار می‌گیرند. این باتری‌ها هنوز هم بازار جهانی باتری‌های قابل شارژ را در اختیار دارند [۱،۲]. این باتری‌ها کاربردهای متنوعی به عنوان مثال در سیستم‌های خودرویی، وسایل نقلیه الکتریکی، توان پشتیبانی ارتباطات مخابراتی و ذخیره‌سازی شبکه پیدا کرده‌اند. این کاربردها به واسطه مزایای



باشد. در طی شارژ ضرورتاً گرمای داخلی تولید شده از نرخ انتقال حرارت به محیط از طریق بدنه، تجاوز می‌کند. این وضعیت تحت شرایط متعددی تشدید می‌شود اما در تمامی حالات باعث خواهد شد که باتری تقاضای بیشتر برای جریان داشته باشد که نهایتاً منجر به گریز حرارتی می‌شود [۱۳].

مرور ادبیات نشان داد که محققان از نرخ‌های شارژ بیشتر برای کاهش زمان شارژ استفاده می‌کنند. در حالی که، افزایش دما و مشکل‌های ساختاری در باتری محدودیت‌های اصلی برای این کار است. در واقع یک مصالحه برای تعیین آستانه ولتاژ باید صورت گیرد. بنابراین، در مطالعه حاضر یک روش جدید بر اساس تحلیل پایداری خطی برای افزایش ولتاژ شارژ معرفی شده است که می‌تواند پایداری سیستم را ثابت نگه دارد. همچنین مرور ادبیات نشان داد که مطالعاتی در زمینه پایداری حرارتی در باتری‌ها از دیدگاه تحلیل مدهای نرمال انجام نشده است. هدف اصلی مطالعه حاضر، تحلیل پایداری رفتار دینامیکی باتری‌های سرب-اسید، بررسی پارامترهای موثر بر ناحیه پایدار، مطالعه هم‌زمان افزایش ولتاژ شارژ و حجم بی‌بعد بیشینه به‌منظور کاهش زمان شارژ است.

## ۲- معادله‌های حاکم و فرمول‌بندی

### ۲-۱- معادله‌های الکتروشیمیایی-حرارتی

در این قسمت معادله‌های حاکم بر رفتار باتری‌ها و نحوه استخراج معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌ها ارائه می‌شود. در مطالعه حاضر از معادله‌های بی‌بعد حاکم بر رفتار باتری استفاده شده است [۱۴]:

$$\nabla \cdot (\sigma^* \nabla \phi_s^*) = A^* j^* \quad (1)$$

معادله (۱) در واقع قانون بقای بار در الکتروود است. عنوان تمامی پارامترها و واحد آن‌ها در قسمت فهرست علائم آمده است. پارامترهای بی‌بعد با علامت \* در معادله‌ها مشخص شده است. معادله بقای بار در الکتروولیت به شکل بی‌بعد معادله (۲) بیان می‌شود:

$$\nabla \cdot (k^* \nabla \phi_e^*) + \nabla \cdot (k_D^* \nabla \ln c^*) = -A^* j^* \quad (2)$$

معادله (۳) بقای گونه‌های شیمیایی را به صورت زیر نشان می‌دهد:

$$\epsilon \frac{\partial c^*}{\partial t^*} = \nabla \cdot (D^* \nabla c^*) + \frac{\alpha_2}{2} A^* j^* \quad (3)$$

چگالی جریان انتقالی از معادله باتلر-ولمر به دست می‌آید و شکل بی‌بعد آن در معادله (۴) نشان داده شده است:

$$j^* = \left(\frac{c}{c_{\text{ref}}}\right)^\gamma \left\{ \exp\left(\frac{\alpha_a \beta}{T^*} \eta^*\right) - \exp\left(\frac{-\alpha_c \beta}{T^*} \eta^*\right) \right\} \quad (4)$$

که در آن،  $\beta$  عدد بی‌بعد رابطه (۵) است:

$$\beta = \frac{FV_{oc,0}}{RT_{\text{ref}}} \quad (5)$$

سایر جزئیات این معادله‌ها از جمله ضریب‌های بی‌بعد در مرجع [۱۴] آمده است. علاوه بر معادله‌های الکتروشیمیایی ذکر شده، در مطالعه حاضر معادله انرژی نیز به صورت کوپل با معادله‌های الکتروشیمیایی حل شده‌اند:

$$(\rho C_p)^* \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \nabla \cdot (\lambda^* \nabla T^*) + q^* \quad (6)$$

معادله (۶) شکل بی‌بعد معادله انرژی است. جمله  $q^*$  در معادله (۶) نماینده تولید حرارت است که از سه جزء زیر تشکیل شده است:

$$q^* = -\vec{i}_s^* \cdot \nabla \phi_s^* - \vec{i}_e^* \cdot \nabla \phi_e^* + \sum_{\text{reactions}} A^* j^* (\eta^* + \Pi^*) \quad (7)$$

زمان شارژ آن‌ها است [۴،۵]. مرور ادبیات نشان داد که مطالعه‌های ارزشمندی برای غلبه بر این چالش انجام شده است که اکثراً مبتنی بر افزایش ولتاژ شارژ است. خلاصه این مطالعه‌ها در ادامه ذکر شده است.

مایا و همکاران [۶] فرآیندهای دشارژ و شارژ سریع یک باتری سرب-اسید را شبیه‌سازی کردند و افزایش نرخ شارژ را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها اثر ابعاد الکتروود، مقدار اسید، تخلخل جرم‌های فعال و مدالیته شارژ را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نتیجه‌گیری کردند که با انتخاب مدالیته شارژ پله‌ای و با افزایش تخلخل جرم فعال، نرخ شارژ می‌تواند به‌طور معنی‌داری افزایش یابد. یورگنز و نلسون [۷] یک باتری سرب-اسید را با استفاده از فویل سرب خیلی نازک و جمع‌کننده‌های جریان طراحی کردند. آن‌ها یک روش منحصر بفرد برای ظرفیت حمل بار معرفی کردند. در نتیجه آن‌ها توانستند به نرخ شارژ سریع کمتر از ۱۰ دقیقه تا ظرفیت ۱۰۰ درصد برسند. در مطالعه دیگری، چانگ و یوخیم [۸] چرخه شارژ جزئی سریع را برای باتری‌های سرب-اسید معرفی کردند. در این روش، باتری در معرض جریان شارژ زیاد در هر چرخه ۵ تا ۱۵ دقیقه‌ای قرار گرفت. آن‌ها نتیجه‌گیری کردند که شارژ جزئی سریع اثرهای مفیدی بر چرخه حیات باتری دارد. آن‌ها نشان دادند که حرارت اهمی نقش عمده‌ای در تولید شده در فرآیند شارژ جزئی سریع ایفا می‌کند. مامادو و همکاران [۹] یک روش شارژ جدید به نام روش تخریب زودهنگام<sup>۱</sup> پیشنهاد دادند که در آن از اندازه‌گیری پذیرش شارژ<sup>۲</sup> در طی فرآیند شارژ استفاده نمودند. در نتیجه، آن‌ها توانستند زمان شارژ باتری مورد آزمایش را به نصف کاهش دهند. یک رویکرد نوآورانه دیگر توسط آراکاو و همکاران [۱۰] بر اساس فناوری تبلور گزارش شد. آن‌ها آزمون‌های چرخه شارژ و دشارژ را برای یک باتری سرب-اسید تحت فشار زیاد انجام دادند. آن‌ها اثبات کردند که در طی شارژ با جریان زیاد، بازده شارژ تحت فشار زیاد بیشتر از فشار اتمسفر است. به‌علاوه، نتایج نشان دادند که تحت فشار زیاد، بلورهای تشکیل شده روی الکتروود مثبت فوق‌العاده ریز می‌شوند. واگر و همکاران [۱۱] اثرهای نانو لوله‌های گسسته کربن را در عملکرد یک باتری سرب-اسید مورد مطالعه قرار دادند. مهم‌ترین نتیجه به‌دست‌آمده از این مطالعه، افزایش پذیرش شارژ بیشتر از ۲۰۰ درصد و کاهش اتلاف انرژی بیشتر از ۱۵ درصد بود.

همان‌طور که در مطالعه‌های بالا نیز اشاره شده است، از بزرگ‌ترین مشکلات باتری‌های صنعتی رفتار حرارتی آن‌ها، هنگامی که تحت سیکل‌های شارژ و دشارژ شدید قرار دارند است. این امر در خودروهای هیبرید و الکتریکی که تحت چنین سیکل‌هایی کار می‌کنند از اهمیت بالایی برخوردار است. در چنین شرایطی، تولید حرارت در باتری سبب می‌شود که نرخ فرآیندهای الکتروشیمیایی افزایش یابد که این امر نیز منجر به تولید حرارت بیشتر می‌شود. این دو مکانیزم می‌توانند یکدیگر را در شرایط خاصی تسریع کنند و چنانچه طراحی مناسبی برای اتلاف حرارت در آن صورت نگرفته باشد منجر به افزایش سریع دما می‌شود. این فرآیند را اصطلاحاً گریز حرارتی<sup>۳</sup> می‌نامند [۱۲]. گریز حرارتی هنگامی که باتری در حالت شارژ است اتفاق می‌افتد، خواه در حالت معمولی شارژ شود یا تحت سیکل‌های شارژ و دشارژ

1. Early Destratification  
2. Charge acceptance measurement  
3. Thermal runaway



معادله‌های (۱۳) و (۱۴) به ترتیب معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌های اختلاف پتانسیل در الکتروود و الکتروولیت هستند. همچنین معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌های غلظت و دما نیز به صورت زیر هستند:

$$\frac{2}{a_2} \varepsilon \frac{\partial c'}{\partial t^*} - \frac{2}{a_2} \nabla \cdot (D^* \nabla c') = A^* \left[ \frac{\partial j^*}{\partial \phi_s^*} \phi_s' + \frac{\partial j^*}{\partial \phi_e^*} \phi_e' + \frac{\partial j^*}{\partial c'} c' + \frac{\partial j^*}{\partial T'} T' \right] \quad (15)$$

$$(\rho C_p)^* \frac{\partial}{\partial t^*} (\nabla^2 T') = \left( A^{*2} \left( \frac{1}{\sigma^*} + \frac{1}{k^*} \right) \frac{\partial j^{*2}}{\partial \phi_s^*} + A^* (\eta^* + \Pi^*) \frac{\partial j^*}{\partial \phi_s^*} \nabla^2 \right) \phi_s' \\ \left( A^{*2} \left( \frac{1}{\sigma^*} + \frac{1}{k^*} \right) \frac{\partial j^{*2}}{\partial \phi_e^*} + A^* (\eta^* + \Pi^*) \frac{\partial j^*}{\partial \phi_e^*} \nabla^2 \right) \phi_e' \\ \left( A^{*2} \left( \frac{1}{\sigma^*} + \frac{1}{k^*} \right) \frac{\partial j^{*2}}{\partial c^*} + A^* (\eta^* + \Pi^*) \frac{\partial j^*}{\partial c^*} \nabla^2 \right) c' \\ \left( A^{*2} \left( \frac{1}{\sigma^*} + \frac{1}{k^*} \right) \frac{\partial j^{*2}}{\partial T^*} + A^* (\eta^* + \Pi^*) \frac{\partial j^*}{\partial T^*} \nabla^2 \right) T' \quad (16)$$

در مرحله بعد شکل موجی اغتشاش‌ها وارد دستگاه بالا می‌شود و مشتق‌ها مکانی و زمانی اعمال می‌گردد. همان‌طور که پیداست این معادله‌ها تشکیل یک دستگاه معادله‌های مقدار ویژه را می‌دهند که خطی و همگن است. این دستگاه در واقع نشان دهنده ماتریس معادله (۱۲) است که در آن ماتریس‌های  $A$  و  $B$  ماتریس‌های  $n \times n$  هستند و  $X$  برداری با اندازه  $n$  است.  $n$  تعداد نودهای دامنه حل است. لازم به ذکر است هر کدام از درایه‌های ماتریس‌های  $A$  و  $B$  ماتریس‌های  $4 \times 4$  هستند. برای اطلاع از جزئیات فرمول‌بندی بالا به مرجع [۱۶] مراجعه شود. با حل هم‌زمان دستگاه معادله‌های (۱۳-۱۶) مقادیر ویژه به دست می‌آید. برای هر کدام از متغیرهای مستقل معادله‌های پایه و در هر نقطه عدد بی‌بعد-آلفای داده شده، بحرانی‌ترین مقدار ویژه اختصاص داده می‌شود که در بخش نتایج این خط‌های هم‌تراز که ناحیه‌های پایدار و ناپایدار را از هم جدا کرده‌اند نشان داده شده است.

### ۳- مطالعه موردی

در مساله حاضر از یک سل سرب-اسید که داده‌های آن از مرجع [۱۷] به-دست آمده، استفاده شده است که مقادیرهای استفاده شده در جدول ۱ آمده است. در مطالعه حاضر فرض شده است که الکتروولیت ژل شده باشد. در شکل ۱ شماتیک مش‌بندی دامنه حل یک سل سرب-اسید نشان داده شده است. در این شکل ناحیه ۱ الکتروود منفی، ناحیه ۲ جداکننده و ناحیه ۳ الکتروود مثبت است. اندازه ناحیه‌ها به صورت بی‌بعد است. در باتری‌های سرب-اسید نسبت طول و عرض صفحه‌های الکتروودها نسبت به ضخامت آن‌ها بزرگ است. در نتیجه، حل عددی یک بعدی فرض شده است.

دو جمله اول معادله (۷) به حرارت ژول معروف است. جمله سوم نیز، مجموع منبع‌های حرارت برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر است. این معادله‌ها با روش حجم محدود گسسته‌سازی شده و به صورت عددی با روش دینامیک سیالات محاسباتی به صورت هم‌زمان با هم‌دیگر حل می‌شوند.

### ۲-۲- معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌ها

در تئوری پایداری خطی فرض می‌شود که یک اغتشاش بسیار کوچک به یک معادله پایه حاکم بر مساله وارد می‌شود. این اغتشاش‌ها آنقدر کوچک فرض می‌شوند که در معادله‌های به دست آمده از جمله‌های غیرخطی حاصله می‌توان صرف نظر کرد. روش تحلیل پایداری خطی شامل معرفی اغتشاش‌های سینوسی روی یک حالت پایه (به آن، حالت زمینه یا حالت ابتدایی نیز گویند) است که پایداری آن بررسی می‌شود. برای مثال، میدان حل یک حالت پایه که شامل جریانی از یک کمیت فیزیکی موازی محور  $x$  است و در راستای محور  $y$  تغییر می‌کند برابر با  $P = [P(y), 0, 0]$  است. در این حالت پایه، می‌توان یک اغتشاش به شکل زیر قرار داد [۱۵]:

$$p'(x, y, z, t) = \hat{p}(y) \exp\{i(\alpha x + \beta z - \omega t)\} \quad (8)$$

که در آن  $\hat{p}(y)$  دامنه اغتشاش است. برای دستیابی به معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌ها فرض می‌شود که معادله عمومی حاکم بر مساله مجموع دو معادله پایه و حاکم بر اغتشاش باشد:

$$F(\theta) = F(\theta + \theta') \quad (9)$$

که در آن  $F$  یک معادله دیفرانسیلی با مشتق‌های جزئی و خطی است. بنابراین طرف راست معادله (۹) تفکیک‌پذیر است:

$$F(\theta + \theta') = F(\theta) + F(\theta') \quad (10)$$

پس گام اول برای استخراج معادله حاکم بر اغتشاش، جمع کردن جمله اغتشاش  $\theta'$  با متغیر معادله پایه  $\theta$  است که  $F(\theta)$  را نتیجه می‌دهد. در مرحله بعد، معادله پایه از معادله عمومی به دست آمده کم می‌شود تا معادله حاکم بر اغتشاش‌ها حاصل شود:

$$F(\theta') = F(\theta) - F(\theta) \quad (11)$$

که در آن  $F(\theta')$  یک معادله دیفرانسیلی خطی و همگن است. حال می‌توان معادله (۸) را در معادله (۱۱) جایگذاری کرد و مشتق‌های مکانی و زمانی را اعمال نمود و جمله نمایی را از دو طرف معادله حذف کرد. در این حالت یک مساله مقدار ویژه همگن به شکل زیر به دست می‌آید:

$$AX = \omega BX \quad (12)$$

که در آن  $\omega$  مقدار ویژه ماتریس  $A$  است.

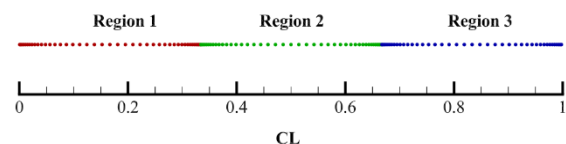
بنابراین با در نظر گرفتن توضیح‌های بالا، می‌توان از معادله‌های (۳-۱) و (۶) به معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌ها رسید [۱۶]:

$$\nabla \cdot \sigma^* (\nabla \phi_s') = A^* \left[ \frac{\partial j^*}{\partial \phi_s^*} \phi_s' + \frac{\partial j^*}{\partial \phi_e^*} \phi_e' + \frac{\partial j^*}{\partial c'} c' + \frac{\partial j^*}{\partial T'} T' \right] \quad (13)$$

$$\nabla \cdot k^* (\nabla \phi_e') = -A^* \left[ \frac{\partial j^*}{\partial \phi_s^*} \phi_s' + \frac{\partial j^*}{\partial \phi_e^*} \phi_e' + \frac{\partial j^*}{\partial c'} c' + \frac{\partial j^*}{\partial T'} T' \right] \quad (14)$$

جدول ۱ پارامترهای ورودی برای شبیه‌سازی عددی

پارامترها	مقادیرها (مرجع [۱۷])
پارامترهای هندسی (cm)	
ضخامت الکتروود مثبت	0.06
ضخامت جداکننده	0.069
ضخامت الکتروود منفی	0.06
تخلخل $\epsilon$ (بی‌بعد)	
الکتروود مثبت	0.53
جداکننده	0.73
الکتروود منفی	0.53
چگالی $\rho$ ( $\text{g cm}^{-3}$ )	
دی‌اکسید سرب	9.38
اسید سولفوریک	1.84
سرب	11.34
چگالی جریان تبدیلی $i_0$ ( $\text{mA cm}^{-2}$ )	
الکتروود مثبت	10
الکتروود منفی	10
سطح فعال بیشینه $A_{\text{max}}$ ( $\text{cm}^2 \text{ cm}^{-3}$ )	
الکتروود مثبت	100
الکتروود منفی	100
ظرفیت بیشینه الکتروود $Q_{\text{max}}$ ( $\text{C cm}^{-3}$ )	
الکتروود مثبت	5660
الکتروود منفی	5660
ضریب انتقال آندی و کاتدی $\alpha_c$ و $\alpha_a$	
الکتروود مثبت	0.5 و 0.5
الکتروود منفی	0.5 و 0.5
توان $\gamma$ در رابطه باتلر-ولمر	
الکتروود مثبت	1.5
الکتروود منفی	1.5
غلظت اولیه اسید $C_0$ ( $\text{mol cm}^{-3}$ )	$4.9 \times 10^{-3}$
دمای محیط $T$ (K)	298.15
عدد انتقال یون $t_+$ ( $\text{H}^+$ )	0.72
جریان دشارژ $I_{\text{app}}$ ( $\text{mA cm}^{-2}$ )	340



شکل ۱ شماتیک مش غیریکنواخت سل مورد مطالعه

شایان ذکر است که نقطه ۰ در مرکز الکتروود منفی و نقطه ۱ در مرکز الکتروود مثبت قرار دارد. زیرا در دوطرف ناحیه حل شرط تقارن برقرار است.

در نتیجه در نوشتار حاضر منظور از ضخامت الکتروودها همان ضخامت نصف یک الکتروود در دنیای واقعی است. مش‌بندی برای هر ناحیه به‌صورت جداگانه و غیر یکنواخت انجام شده است. نقطه‌های رنگی در شکل (۱) نماینده مش-بندی غیر یکنواخت در هر ناحیه است.

#### ۴- فرآیندهای شارژ و دشارژ باتری

هنگامی که قطب‌های مثبت و منفی یک باتری سرب-اسید با استفاده از یک مدار خارجی به یکدیگر متصل شوند، در کنار قطب منفی واکنش اکسایش صورت گرفته و سرب به سولفات سرب اکسید می‌شود. الکترون‌های آزاد شده از این فرآیند از طریق مدار خارجی به قطب مثبت رسیده و باعث احیای دی‌اکسید سرب می‌شود. طی این فرآیند، علاوه بر تولید الکتروسیسته در مدار خارجی، هر دو قطب مثبت و منفی به سولفات سرب تبدیل می‌شوند. این عمل تا به‌آنجا ادامه می‌یابد تا حداقل یکی از موارد زیر بوقوع بپیوندد:

- مواد فعال در قطب مثبت تمام شود که در این صورت در این طراحی قطب مثبت به‌عنوان عامل محدودکننده شناخته می‌شود.
  - مواد فعال در قطب منفی تمام شود که در این صورت در این طراحی قطب منفی به‌عنوان عامل محدودکننده شناخته می‌شود.
  - مواد فعال در الکتروولیت تمام شود که در این صورت، در این طراحی الکتروولیت به‌عنوان عامل محدودکننده شناخته می‌شود.
- بعد از آن که باتری کاملاً دشارژ شد، می‌توان با استفاده از یک مولد الکتروسیسته خارجی نسبت به شارژ مجدد این باتری اقدام نمود. حین فرآیند شارژ، واکنش‌های اصلی در جهت عکس پیش می‌روند که در نتیجه مواد فعال اولیه دوباره احیا می‌گردند یا به اصطلاح باتری شارژ می‌شود. حالت ایده‌آل برای شارژ هنگامی به‌وقوع می‌پیوندد که در آن تمامی مواد فعال اولیه به حالت ابتدایی خود بازگردند. اما در عمل این حالت ایده‌آل صورت نمی‌گیرد و در هر سیکل شارژ و دشارژ کمی از مواد فعال اولیه به‌صورت غیرقابل بازگشت درآمده و از میزان مواد فعال کاسته می‌شود.

روش‌های مختلفی برای شارژ باتری وجود دارد که مهم‌ترین آن‌ها شارژ با جریان ثابت، شارژ با ولتاژ ثابت و شارژ شناور<sup>۱</sup> است (شکل ۲). فرآیند شارژ شناور شامل سه مرحله جریان ثابت، ولتاژ ثابت و شارژ شناور است. در مرحله اول یعنی شارژ با جریان ثابت، باتری حدوداً تا ۷۰٪ شارژ می‌شود. جریان ثابت حجم زیادی از بار را به درون باتری سرازیر می‌کند و عمل شارژ را سرعت می‌بخشد. این مرحله ممکن است سه تا هشت ساعت طول بکشد. در مرحله دوم، سی درصد شارژ باقی‌مانده با ولتاژ ثابت بالا<sup>۲</sup> یا تاپینگ شارژ انجام می‌شود. شارژ در این مرحله کندتر انجام می‌شود و ممکن است بین هفت تا ده ساعت به‌طول انجامد. اما این مرحله برای سلامت باتری ضروری است و می‌تواند با کمی استراحت بعد از یک وعده غذای خوب مقایسه شود. اگر تاپینگ شارژ ادامه پیدا کند باتری از شارژ بیشتر محروم می‌شود و در نهایت توانایی قبول شارژ کامل را از دست می‌دهد و عملکرد آن به‌واسطه سولفات‌شدن کاهش پیدا می‌کند.

در این مرحله که ولتاژ شارژ ثابت است با شارژ شدن بیشتر باتری جریان شارژ در طول زمان کاهش می‌یابد. و شارژ کامل وقتی اتفاق می‌افتد که

1. Float charge  
2. Topping charge



در هر مقدار از ضریب  $\frac{1}{Le}$  ماتریس مقادیر ویژه برای  $\alpha^*$  به دست آمد. در مرحله بعد، مقدار ویژه‌ای که بزرگ‌ترین مقدار موهومی دارد، انتخاب شد و به ضریب متناظر، اختصاص داده شد. در نهایت، نمودار ضریب-آلفا بی بعد رسم شد و نواحی پایدار و ناپایدار به دست آمد.

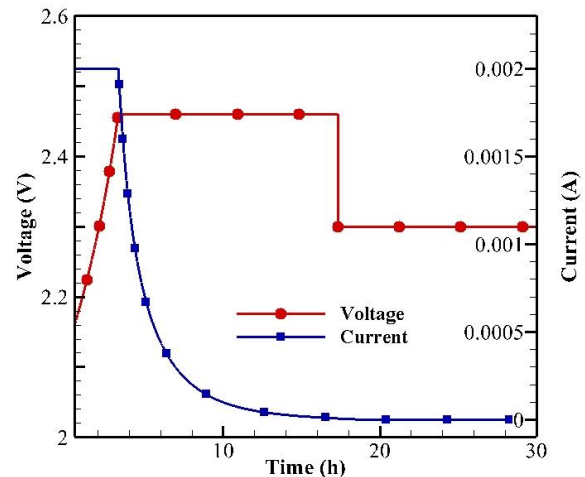
در محاسبات انجام شده در این بخش از مطالعه، در بازه [0,1] (ضخامت بی بعد الکتروند)، تعداد ۱۳۵ گره انتخاب شده است. یک آزمون استقلال از اندازه شبکه نیز بر اساس مقدار نقطه بحرانی انجام گرفت. نتیجه مطالعه شبکه در جدول ۲ نشان داده شده است. همان‌طور که از جدول مشخص است اختلافی بین مورد ۳ و مورد ۴ مشاهده نمی‌شود. بنابراین، شبکه ۳ برای تمامی حل‌ها مورد استفاده قرار گرفته است تا در زمان و هزینه صرفه‌جویی شود و از استقلال نتیجه‌ها از اندازه شبکه اطمینان حاصل شود.

جدول ۲ نتیجه آزمون مستقل بودن نتیجه حل از اندازه شبکه

مورد	۱	۲	۳	۴
تعداد گره‌ها	۱۵	۴۵	۱۳۵	۲۷۵
مقدار بحرانی	۵/۹	۵/۲	۵/۰۱	۵/۰۱

در واقع، در حالت شارژ در یک باتری، مکانیزم‌های الکتروشیمیایی و ترمودینامیکی حاکم تا یک حدی می‌توانند در حالت پایدار عمل نمایند. سوال اساسی این است که، آیا می‌توان حد پایداری ذکر شده را بیشتر کرد؟ و چه ارتباطی بین مکانیزم‌های حاکم باید برقرار باشد تا سیستم در حالت پایدار باقی بماند؟ یک بیان ساده از مساله این است که، از یک طرف واکنش‌های الکتروشیمیایی باعث تولید حرارت می‌شوند و انجام این واکنش‌ها به نوبه خود تحت تاثیر ضریب پخش جرم هستند. از طرف دیگر، این حرارت ایجاد شده تحت تاثیر ضریب پخش حرارتی شارش می‌یابد و پخش می‌شود، یعنی طبق تعریف ضریب نفوذپذیری حرارتی، میزان شارش حرارت نسبت به ذخیره آن بیشتر می‌شود. در واقع با افزایش عدد لوئیس باتری در دمای کمتری کار می‌کند. بنابراین، عدد لوئیس به نوعی نماینده حرارت تلف شده به حرارت تولید شده است که با افزایش معکوس آن انتظار می‌رود سیستم وارد فاز ناپایدار شود. شکل ۳ منحنی خنثی معادله انرژی برحسب معکوس عدد لوئیس را نشان می‌دهد. قسمت چپ منحنی ناحیه پایدار و قسمت راست ناحیه ناپایدار را نشان می‌دهد. مطابق این شکل، منحنی خنثی در نقطه  $\frac{1}{Le} = 9$  دارای یک مقدار حدی است که نقطه شروع ناپایداری را نشان می‌دهد. به این معنی که اگر خصوصیت‌های یک باتری در حال شارژ چنان باشد که معکوس عدد لوئیس آن کمتر از ۹ باشد، هرگونه اغتشاش وارد شده به سیستم با گذشت زمان میرا می‌شود و از بین می‌رود. در نتیجه اگر باتری در معکوس عددهای لوئیس کمتر از ۹ کار کند سیستم پایدار باقی می‌ماند. اما اگر کارکرد باتری چنان باشد که معکوس عدد لوئیس بیشتر از ۹ شود، آنگاه هر اغتشاشی که به سیستم وارد می‌شود در طول زمان رشد یافته و باعث ناپایداری عملکرد سیستم خواهد شد. بنابراین عدد ۹ برای معکوس عدد لوئیس یک حد بحرانی برای شارژ این باتری به حساب می‌آید.

جریان تا سه تا پنج درصد ظرفیت اسمی باتری کاهش یابد. مرحله سوم شارژ همان شارژ شناور است که باتری را در حالت شارژ کامل نگه می‌دارد. این مرحله به منظور جلوگیری از خودشارژی باتری است. تنظیم صحیح محدوده ولتاژ شارژ بحرانی است و از ۲/۳۵ ولت تا ۲/۴۶ ولت برای هر سل می‌تواند متغیر باشد.



شکل ۲ نمودار جریان-ولتاژ در شارژ سه مرحله‌ای

برای دستیابی به یک شارژ کامل و صحیح باید یک مصالحه‌ای بین ولتاژ تاپینگ و ولتاژ شناور باشد. از یک طرف مطلوب است که ولتاژ را بالاتر ببریم تا به شارژ کامل و بیشینه ظرفیت باتری برسیم و از سولفاتش شدن صفحه منفی اجتناب کنیم. از طرف دیگر، اگر شارژ با همین ولتاژ بالا ادامه پیدا کند و به ولتاژ شناور سوئیچ نشود، سبب خوردگی شبکه روی صفحه مثبت و ایجاد پدیده‌های گاززایی و افت آب خواهد شد. بنابراین نیاز است تا مرحله سوم با ولتاژ کمتر از تاپینگ شارژ ادامه یابد. ولتاژ توصیه شده برای مرحله سوم برای هر سل حدود ۲/۲۵ تا ۲/۲۷ است. در شارژ با ولتاژ ثابت با گذشت زمان، باتری به یک حالت تعادل در ۶۰ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. در تحقیق حاضر پایداری این حالت تعادل بررسی شده است که هدف اصلی این تحقیق است.

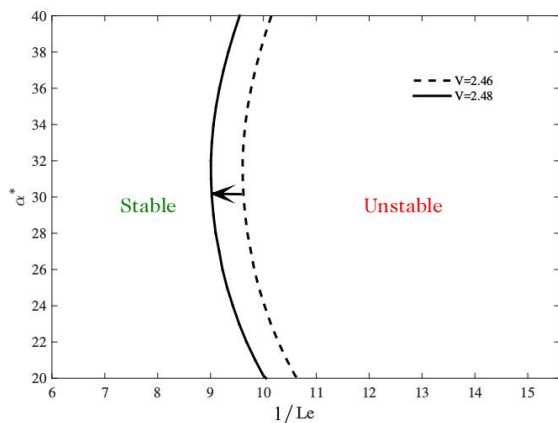
## ۵- نتایج و بحث

در این قسمت، نتیجه‌های به دست آمده از تحلیل پایداری ارائه و بررسی می‌شوند. ابتدا نتایج حاصل از حل دستگاه معادله‌های حاکم بر اغتشاش‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. همان‌طور که در بخش پیشین ذکر شد معادله انرژی شامل ضریب‌های بی‌بعد  $(\rho C_p)^*$  و  $\lambda^*$  و  $Le$  است. طی شبیه‌سازی‌های مختلف انجام گرفته، معلوم شد که ضریب  $(\rho C_p)^*$  ضریبی است که در محدوده‌های پایداری و ناپایداری معادله انرژی تاثیری ندارد. اما، تأثیر معکوس ضریب‌های رسانایی حرارتی بی‌بعد و عدد لوئیس در این بخش بررسی شده است. در ادامه، یک محدوده برای ضریب‌های ذکر شده انتخاب شد و در آن محدوده و با گام مشخص، به آن ضریب‌ها عدد داده شد. سپس،



ضخامت الکتروود باهم سطح فعال به همراه افزایش حجم بیشتر می‌شود و ظرفیت انجام واکنش شیمیایی در نرخ شارژ ثابت افزایش می‌یابد. بنابراین کاملاً منطقی است که با افزایش حجم بی‌بعد سیستم پایدارتر شود. با افزایش حجم بی‌بعد به عدد ۱۰۰۰ مقدار بحرانی معکوس عدد لوئیس به ۱۰ افزایش پیدا کرده است (شکل ۴). در حالی که، با کاهش آن به ۸۰۰ ناپایداری سیستم افزایش یافته و عدد بحرانی به ۸ رسیده است. لازم به ذکر است که در بررسی اثر حجم بی‌بعد در پایداری، مقدار ولتاژ شارژ ثابت و برابر ۲/۴۶ ولت بود. در واقع فقط اثر افزایش و کاهش حجم بی‌بعد بررسی شده است.

همان‌طور که گفته شد با افزایش حجم بی‌بعد فرآیند شارژ تا عدد بحرانی ۱۰ پایدارتر شد. از طرف دیگر افزایش ولتاژ شارژ به شکل کاهش پایداری در سیستم اثر می‌کند. بنابراین، اثر افزایش ولتاژ شارژ نیز در مطالعه حاضر بررسی شده است. سل مورد مطالعه در دو ولتاژ شارژ ۲/۴۶ ولت و ۲/۴۸ ولت شارژ شد و ضرایب به دست آمده در محاسبه منحنی خنثی مورد استفاده قرار گرفت. نتیجه این آزمایش در شکل ۵ نشان داده شده است.

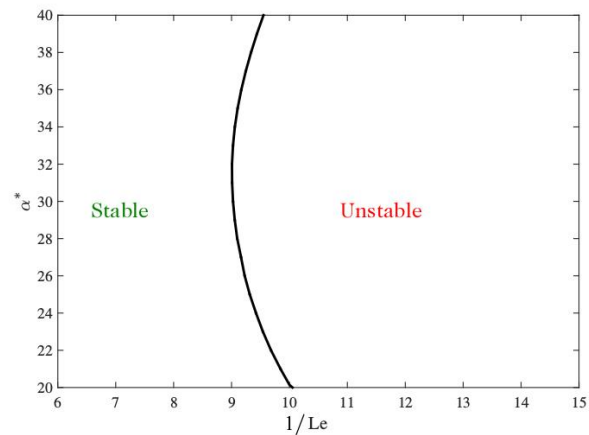


شکل ۵ اثر افزایش ولتاژ شارژ روی منحنی خنثی

لازم به ذکر است که در شکل ۵ حجم بی‌بعد ۱۰۰۰ است و در ولتاژ شارژ ۲/۴۶ عدد بحرانی ۱۰ را نشان می‌دهد. حال می‌توان ولتاژ شارژ را افزایش داد تا عدد بحرانی به مقدار قبلی خود یعنی ۹ برسد. با افزایش ولتاژ شارژ تا ۲/۴۸ ولت می‌توان به پایداری مشابه شکل ۳ رسید. با این تفاوت که ولتاژ شارژ بیشتر سبب کاهش زمان شارژ می‌شود.

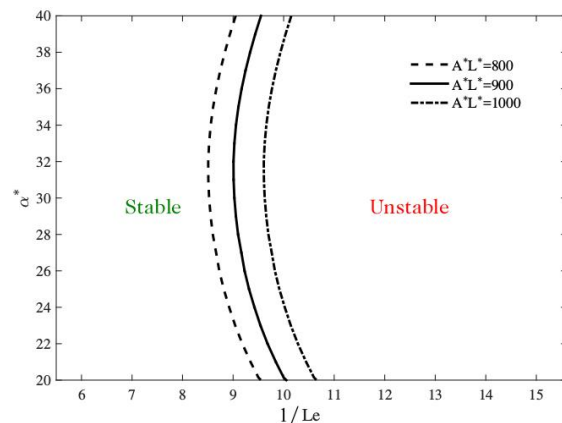
در واقع در فرآیند توضیح داده شده در بالا، هدف اصلی افزایش ولتاژ شارژ بود با این قید که تغییری در پایداری سیستم حاصل نشود. بنابراین، با افزایش حجم بی‌بعد منحنی خنثی به سمت راست جابجا شد و با افزایش ولتاژ به مکان قبلی خود برگشت. طی این فرآیند مقدار عدد بحرانی ثابت ماند در حالی که ولتاژ شارژ افزایش پیدا کرد که این امر سبب کاهش زمان شارژ است. در ادامه زمان شارژ بررسی شده است.

در شکل ۶ حالت شارژ در دو ولتاژ شارژ مختلف مقایسه شده است. در هر دو مورد باتری تا حالت شارژ یکسانی تا مقدار ۱ شارژ شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت در ولتاژ شارژ کمتر، مدت زمان شارژ باتری مورد مطالعه حدود یک ساعت و چهل دقیقه بیشتر از حالتی است که تحت ولتاژ بیشتر شارژ شده است.



شکل ۳ منحنی خنثی در تحلیل پایداری معادله انرژی بر حسب معکوس عدد لوئیس

در مطالعه حاضر اثر پارامتر بی‌بعد  $A^*L^*$  یا حجم بی‌بعد بیشینه بررسی شده است. حجم بی‌بعد بیشینه پارامتری است که در ضرایب‌های بی‌بعد معادله‌های حاکم بر رفتار باتری ظاهر می‌شود. این پارامتر در واقع مساحت سطح فعال به سطح فعال بیشینه ضرب در ضخامت الکتروود به ضخامت سل است. حجم بی‌بعد بیشینه نماینده مشخصه‌های هندسی باتری است. اثر حجم بی‌بعد در سه سطح ۸۰۰، ۹۰۰ و ۱۰۰۰ بر جابجایی منحنی خنثی محاسبه شده است که نتیجه آن در شکل ۴ نشان داده شده است. هدف از این بررسی یافتن راهی برای جابجایی نقطه بحرانی و پایدارتر کردن سیستم است. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود با افزایش حجم بی‌بعد بیشینه ناحیه پایدار به سمت راست بزرگ‌تر می‌شود. به عبارت دیگر با افزایش حجم بی‌بعد می‌توان تا  $\frac{1}{Le}$  بیشتری سیستم را پایدارتر نمود.



شکل ۴ منحنی خنثی در سه سطح از حجم بی‌بعد بیشینه

این واقعیت را می‌توان به این شکل توضیح داد که با افزایش سطح فعال در باتری، توانایی باتری برای انجام واکنش‌های شیمیایی در واحد حجم بیشتر می‌شود. بنابراین با ثابت ماندن نرخ شارژ و افزایش سطح فعال بیشینه، می‌توان انتظار داشت که سیستم در حالت پایدارتری کار کند. همچنین، حجم بی‌بعد شامل ضخامت الکتروود نیز هست و مطابق شکل ۴ انتظار می‌رود که با افزایش این ضخامت، سیستم پایدارتر باشد. باید گفت که با افزایش

اغتشاش‌ها استفاده شده است. در این مطالعه ناحیه‌های پایدار و ناپایدار مشخص شدند. پارامتر کنترل کننده ناحیه پایداری معکوس عدد لوئیس بود. عدد بحرانی برای باتری مورد مطالعه به دست آمد. همچنین، نشان داده شد که می‌توان با تغییر برخی پارامترها مانند حجم بی‌بعد در طراحی باتری، سیستم را نسبت به اغتشاش‌هایی که سبب بروز ناپایداری می‌شوند پایدارتر نمود. به علاوه، اثبات شد که با افزایش حجم بی‌بعد ناحیه پایداری گسترش می‌یابد. در عین حال با افزایش ولتاژ شارژ این ناحیه کاهش پیدا می‌کند که نتیجه آن کاهش زمان شارژ است که هدف اصلی مطالعه حاضر است.

## ۷- فهرست علائم

$A$	سطح فعال الکتروشیمیایی ( $\text{cm}^2 \text{cm}^{-3}$ )
$c$	غلظت اسید ( $\text{mol cm}^{-3}$ )
$C_p$	گرمای ویژه در فشار ثابت ( $\text{J g}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
$D$	ضریب دیفیوژن ( $\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ )
$F$	ثابت فارادی ( $\text{C mol}^{-1}$ )
$i_l$	جریان در فاز مایع ( $\text{A cm}^{-2}$ )
$i_s$	جریان در فاز جامد ( $\text{A cm}^{-2}$ )
$j$	چگالی جریان انتقالی ( $\text{A cm}^{-2}$ )
$R$	ثابت جهانی گازها ( $8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
$SoC$	حالت شارژ
$t$	زمان (s)
$T$	دما (K)
$V$	ولتاژ (V)

## علائم یونانی

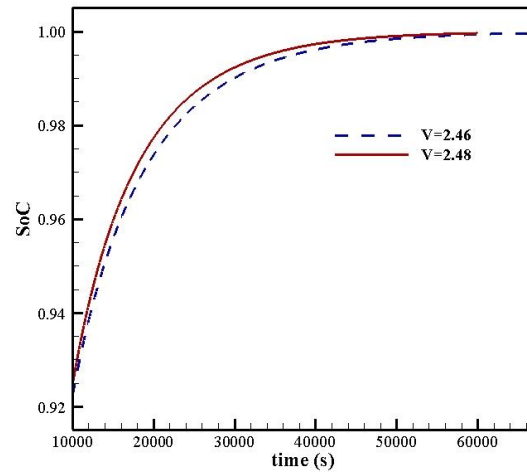
$\alpha$	ضریب انتقال آندی و کاتدی
$\varepsilon$	تخلخل
$\eta$	افزافه پتانسیل (V)
$\Pi$	ضریب پلتیر (V)
$k$	ضریب رسانایی الکترولیت ( $\text{S cm}^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $\text{kg cm}^{-3}$ )
$\lambda$	رسانایی حرارتی ( $\text{W cm}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
$\sigma$	ضریب رسانایی الکتروود ( $\text{S cm}^{-1}$ )
$\phi$	پتانسیل الکتریکی (V)

## بالانویس‌ها

\* علامت بی‌بعد

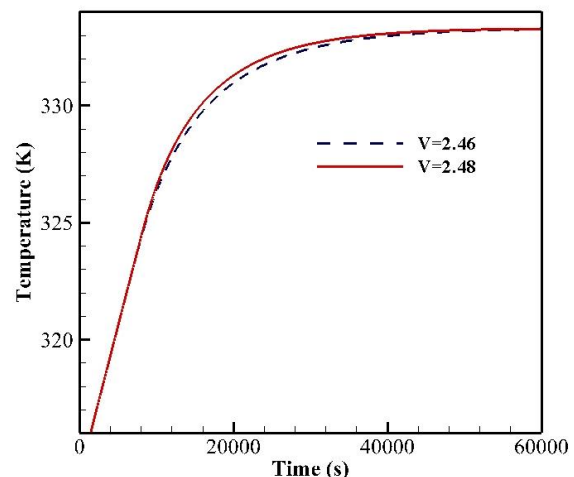
## زیرنویس‌ها

$e$	الکترولیت
$D$	مربوط به دیفیوژن
$oc, 0$	حالت مدار باز کاملاً شارژ شده در مبدا زمان
$ref$	حالت مرجع
$s$	جامد



شکل ۶ مقایسه زمان شارژ در دو ولتاژ مختلف در حالت شارژ یکسان

از آنجایی که در این دو ولتاژ پایداری حرارتی باتری ثابت ماند، انتظار می‌رود افزایش دمای یکسانی داشته باشند. بنابراین، در شکل ۷ دمای باتری مورد مطالعه در فرآیند شارژ در دو ولتاژ یاد شده نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت دائم دمای سل حدود ۶۰ درجه سلسیوس برای هر کدام از ولتاژها ثابت مانده است. در طی شارژ دمای سل در شارژ با ۲/۴۸ ولت کمی بالاتر است اما با نزدیک شدن به انتهای فرآیند هر دو به یک مقدار ثابت می‌رسند. این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش حجم بی‌بعد می‌توان به ولتاژ شارژ بیشتری در یک دمای یکسان دست یافت و در نتیجه زمان شارژ سل را کاهش داد.



شکل ۷ مقایسه دمای سل در حال شارژ در دو ولتاژ مختلف

## ۶- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر پایداری حرارتی یک باتری سرب-اسید بررسی شده است. از روش تحلیل پایداری خطی برای به دست آوردن معادله‌های حاکم بر

۸- مراجع

- [1] J. Garche, P. Moseley, E. Karden, Lead-acid batteries for hybrid electric vehicles and battery electric vehicles, *Advances in Battery Technologies for Electric Vehicles*, pp. 75-101, 2015.
- [2] T. Nazghelichi, F. Torabi, V. Esfahanian, Prediction of temperature behavior of a lead-acid battery by means of Lewis number, *Electrochimica Acta*, Vol. 275, pp. 192-199, 2018.
- [3] A. B. Ansari, V. Esfahanian, F. Torabi, Discharge, rest and charge simulation of lead-acid batteries using an efficient reduced order model base on proper orthogonal decomposition, *Applied energy*, Vol. 173, pp. 152-167, 2016.
- [4] J. O. G. Posada, A. J. Rennie, S. P. Villar, V. L. Martins, J. Marinaccio, A. Barnes, C. F. Glover, D. A. Worsley, P. J. Hall, Aqueous batteries as grid scale energy storage solutions, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 68, pp. 1174-1182, 2017.
- [5] C. Zhang, Y. L. Wei, P. F. Cao, M. C. Lin, Energy storage system: Current studies on batteries and power condition system, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 82, pp. 3091-3106, 2018.
- [6] M. Maja, G. Morello, P. Spinelli, A model for simulating fast charging of lead-acid batteries, *Journal of power sources*, Vol. 40, pp. 81-91, 1992.
- [7] T. Juergens, R. F. Nelson, A new high-rate, fast-charge lead-acid battery, *Journal of power sources*, Vol. 53, pp. 201-205, 1995.
- [8] T. Chang, D. Dochim, Rapid partial charging of lead-acid batteries, *Journal of power sources*, Vol. 64, pp. 103-110, 1997.
- [9] K. Mamadou, T. Nguyen, E. Lemaire-Potteau, C. Glaize, J. Alzieu, New accelerated charge methods using early destratification applied on flooded lead-acid batteries, *Journal of power sources*, Vol. 196, pp. 3981-3987, 2011.
- [10] N. Arakawa, K. Maeda, M. Moritoki, K. Fukui, H. Kuramochi, H. Miki, Novel charge discharge method for lead-acid battery by high pressure crystallization, *Journal of Crystal Growth*, Vol. 373, pp. 138-141, 2013.
- [11] S. W. Swogger, P. Everill, N. Sugumaran, Discrete carbon nanotubes increase lead acid battery charge acceptance and performance, *Journal of power sources*, Vol. 261, pp. 55-63, 2014.
- [12] D. Linden, T. B. Reddy, *Handbook of Batteries*, Third Edition, pp. 305-320, New York: McGraw-Hill, 2002.
- [13] D. Pavlov, *Lead-Acid Batteries: Science and Technology*, Elsevier Science & Technology Books, 2017.
- [14] T. Nazghelichi, F. Torabi, V. Esfahanian, Optimization of geometrical parameters in a lead-acid battery using response surface method to access of maximum capacity, minimum charge-time and minimum temperature rise, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 04, pp. 1-10, 2018. (In Persian)
- [15] P. K. Kundu, I. M. Cohen, *Fluid mechanics*, 4th Edition, pp. 305-320, Academic Press San Diego, CA, 2008.
- [16] T. Nazghelichi, *Thermal stability analysis in lead-acid batteries*, PhD Thesis, Department of Energy Systems Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, 2018. (In Persian)
- [17] H. Gu, T. V. Nguyen, R. E. White, A mathematical model of a lead-acid cell: discharge, rest and charge, *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 134, No. 2, pp. 2953-2960, 1987.